



מבוא לאלגוריתמים תשס"ד - בוחן אמצע סמסטר

19.12.03

- בבוחן 4 שאלות.
- משך הבוחן 3 שעות.
- יש לפתור את כל השאלות.
- מבחן בחומר סגור: מותר להכניס למבחן 2 עמודים כתובים בגודל A4 בלבד.
- בטרם תיגשו לפתרון ודאו כי הטופס מכיל 6 עמודים וארבע שאלות.
- התשובות תכתבנה על גבי טופס המבחן, במידת הצורך אפשר לכתוב תשובות במחברת הבחינה. מספר מחברת הבחינה שלך הוא: _____.

בהצלחה!!!

	שאלה 1
	שאלה 2
	שאלה 3
	שאלה 4
	סך הכל

שאלה מס' 1 (25 נקודות):

בחוות האיכר מוזרי, עומדים לנטוע שדרה ובה עצים משלושה סוגים : ברוש תדהר ותאשור. אדריכל הגנים מר-גן-מרהיב הציע לנטוע את העצים לפי סדר המצוין ברשימה שהציג למוזרי. למוזרי יש רעיון אחר : הוא החליט לטעת בתחילת השדרה את כל הברושים אחריהם את כל התדהרים ולבסוף את כל התאשורים. מאחר שהזמן דוחק, יש להכין במהירות רשימה חדשה ובה מופיעים כל העצים לפי סדרם החדש. בשאלה זו עליכם להציע אלגוריתם, **יעיל ככל האפשר** להכנת הרשימה החדשה. האלגוריתם יקבל כקלט את הרשימה המקורית אשר הוצעה על ידי האדריכל.

לדוגמא: האלגוריתם מקבל (מידול המתמטי של) הרשימה : ברוש, תאשור, תאשור, תדהר, ברוש, תאשור ומייצר (מידול המתמטי של) הרשימה : ברוש, ברוש, תדהר, תאשור, תאשור, תאשור

פתרון השאלה יתבצע לפי הסעיפים הבאים :

1.1 הציעו מידול מתמטי לבעיה המילולית והציגו את הבעיה החישובית על ידי תיאור קלט/פלט .

1.2 הציגו את רעיון האלגוריתם המוצע באופן מילולי.

1.3 הציגו את האלגוריתם המוצע בעזרת קוד דמה.

1.4 נמקו את נכונות האלגוריתם המוצע.

1.5 מהי סיבוכיות האלגוריתם המוצע? נמקו תשובתכם.

שאלה מס' 2 (25 נקודות):

נתונים חמישה זוגות של פונקציות. לכל זוג של פונקציות רשמו האם $f(n) = O(g(n))$ או $f(n) = \Theta(g(n))$ או $f(n) = \Omega(g(n))$. הוכיחו את תשובותיכם.

2.1 הזוג: $g(n) = 5 \log(n^3)$, $f(n) = 2 \log n$

תשובה: $f(n) = \underline{\hspace{2cm}}(g(n))$

הוכחה

2.2 הזוג: $g(n) = n(\log n)^3$, $f(n) = (\sqrt{8})^{\log n}$

תשובה: $f(n) = \underline{\hspace{2cm}}(g(n))$

הוכחה

2.3 הזוג: $g(n) = n^{\sqrt{n}}$, $f(n) = 2^n$

תשובה: $f(n) = \underline{\hspace{2cm}}(g(n))$

הוכחה

2.4 הזוג: $g(n) = 3^{\log n}$, $f(n) = n^{\log 3}$

תשובה: $f(n) = \underline{\hspace{2cm}}(g(n))$

הוכחה

2.5 הזוג: $g(n) = n \log n$, $f(n) = n^{5/4}$

תשובה: $f(n) = \underline{\hspace{2cm}}(g(n))$

הוכחה

שאלה מס' 3 (25 נקודות):

שאלה זו מתייחסת לעצים בינאריים מלאים כמוגדר להלן:

הגדרות:

1. צומת בעץ בינארי הוא **צומת פנימי** או **עלה**. (**שימו לב**: השורש נחשב כצומת פנימי והעלים נחשבים צמתים).

2. עץ בינארי **מלא** הוא עץ בינארי בו לכל צומת פנימי יש **שני** בנים.

עליכם לוכיח או להפריך את הטענה הבאה:

טענה: לכל עץ בינארי מלא עם k צמתים פנימיים, מספר הצמתים הכולל הוא $2k + 1$

שאלה מס' 4 (25 נקודות):

נתונים הקלטים הבאים :

- א. $1, 2, \dots, n/2, n, n-1, \dots, n/2+1$
- ב. $8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 9, 10, \dots, n$

4.1 עבור כל אחד מן הקלטים עליכם לבטא, כפונקציה של n , את מספר ההשוואות המדויק שיתבצע ע"י מיון הכנסה, מיון בועות, מיון בועות משופר.

הקלט $1, 2, \dots, n/2, n, n-1, \dots, n/2+1$
מספר הצעדים עבור :

סוג המיון	מספר הצעדים כפונקציה של n
מיון הכנסה	
מיון בועות	
מיון בועות משופר	

הקלט $8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 9, 10, \dots, n$
מספר הצעדים עבור :

סוג המיון	מספר הצעדים כפונקציה של n
מיון הכנסה	
מיון בועות	
מיון בועות משופר	

4.2 איזה מבין המיונים הבאים : מיון מיזוג, מיון הכנסה, מיון בועות משופר תבחרו עבור הקלטים הקודמים כאשר גודל הקלט הוא 16 איברים? נמקו תשובתכם :

4.3 איזה מבין המיונים הבאים : מיון מיזוג, מיון הכנסה, מיון בועות משופר תבחרו עבור הקלטים הקודמים כאשר גודל הקלט שואף לאינסוף? נמקו תשובתכם :